

## UNA EXPERIENCIA DIDACTICA EN LA FORMACION DE PROFESORES PARA LA ENSEÑANZA BASICA, EN RELACION CON CONCEPTOS BASICOS DE GEOMETRIA

IVETTE LEÓN LAVANCHY\*  
SILVIA NAVARRO ADRIAZOLA\*\*  
PIERINA ZANOCCO SOTO\*\*\*

### Resumen

El artículo da cuenta de una experiencia didáctica, en el ámbito de la formación de profesores de Educación General Básica, en la cual se aplicó un modelo de organización de la enseñanza, a partir de la noción de una situación problema, propuesto por Phillippe Meirieu.

La importancia de la experiencia radica en la coherencia existente entre este modelo y el marco conceptual de la actual reforma educacional chilena, y más específicamente su relación con los ejes centrales del subsector de enseñanza Educación Matemática, donde la resolución de problemas se considera con su hilo conductor. En este trabajo se desarrolla tanto el modelo mencionado, como las etapas desarrolladas en la experiencia, incorporando además nuestra postura frente a la enseñanza de la geometría en el nivel mencionado.

### Abstract

*This paper reports a didactical experience, in the field of Primary Teacher Education, in which the application of an Teaching Organization Model, based on the notion of a problematic situation, proposed by Phillippe Meirieu, is presented.*

*The importance of this experience is shown in the actual coherence which exists between this model and the Chilean Reform Plan, more specific the relationship with the principal thoughts of the sub-area of mathematics education, where problem solving is considered as the guiding part. In this work, the model as well as various steps developed in the experience are presented, including the view of the authors on Geometry Education in the level mentioned above.*

---

\* Profesora Auxiliar Asociado, Facultad de Educación, Pontificia Universidad Católica de Chile.

\*\* Profesora Auxiliar Asociado, Facultad de Educación, Pontificia Universidad Católica de Chile.

\*\*\*Profesora Titular Jefa Departamento Didáctica, Facultad de Educación, Pontificia Universidad Católica de Chile.

## **Introducción**

El artículo da cuenta de una experiencia didáctica, en el ámbito de la formación de profesores de Educación General Básica, en la cual se aplicó un modelo de organización de la enseñanza a partir de la noción de una situación problema, propuesto por Phillippe Meirieu.

Para desarrollar el modelo se seleccionaron temas de geometría, por ser considerado éste como causante de dificultades para enfrentar su proceso de enseñanza, por parte de nuestros docentes y aprendizaje por los alumnos del nivel básico.

A continuación se plantea la relación existente entre la propuesta del subsector de enseñanza Educación Matemática y el modelo, se hace un relato de la experiencia y determinan sus proyecciones.

### **1. El cambio de foco en la enseñanza de Matemática**

La reforma curricular que se propone desde el Ministerio de Educación involucra cambios en las distintas áreas del conocimiento que son parte del currículum escolar; específicamente en el subsector de Educación Matemática se destaca que “el desarrollo científico y tecnológico y la complejización de las relaciones sociales, plantean nuevos desafíos a las personas para su participación crítica e informada en la sociedad. La presencia más generalizada de las matemáticas en el mundo actual requiere de un mayor y mejor manejo de conocimientos en este campo. Los alumnos y alumnas de hoy necesitan adquirir conocimientos matemáticos y modos de pensar matemáticamente para apropiárselos, utilizarlos y seguir desarrollándolos en el transcurso de toda su vida. En efecto, en múltiples y variadas circunstancias, las matemáticas constituyen herramientas básicas para la comprensión de fenómenos y para la resolución eficaz de problemas” (Plan y Programas de estudio para NB2, MINEDUC, 1997, pág. 103).

Estas ideas se retoman en el Programa de estudio de 7° año de E.G.B, págs. 9 y 10, destacándose además que el alumno debe tener

la oportunidad de vivenciar situaciones de aprendizaje que le exijan:

- Explorar y probar estrategias diversas para resolver problemas.
- Desarrollar procesos ordenados y sistemáticos para la resolución de problemas o desafíos matemáticos.
- Sistematizar procedimientos y resultados.
- Comunicar procesos, resultados y conclusiones, incorporando progresivamente el uso del lenguaje matemático.
- Justificar, argumentar y fundamentar tanto resultados como procedimientos.
- Buscar y establecer regularidades y patrones tanto en el ámbito de los números como del espacio y la geometría.
- Trabajar con materiales manipulables concretos y simbólicos.
- Desarrollar trabajos individuales y colectivos, en los que se discutan tanto sobre procedimientos y resultados como sobre el sentido de las actividades.
- Proponer nuevas preguntas y problemas.
- Detectar y corregir sus errores.

Una lectura analítica de los programas de estudio que ha elaborado el Ministerio de Educación pone más en evidencia estos cambios. En ellos se propone un conjunto de actividades especificadas con variados ejemplos, para ser desarrolladas en clase, que se relacionan directa o indirectamente con algún o algunos temas matemáticos y que se orientan a la consecución de uno o varios objetivos. Se teje una interesante articulación entre los objetivos fundamentales, los aprendizajes esperados como se denominan en los programas de estudio, los contenidos y las actividades propuestas.

Una de las preocupaciones de los académicos de esta Facultad de Educación ha sido incorporar estos lineamientos pedagógicos en los currículum de formación de profesores.

## **2. Una propuesta didáctica basada en las ideas de Phillippe Meirieu**

Tomando en cuenta las orientaciones didácticas que nos ofrecen los Programas de Matemática de la Educación Básica, se hace necesario buscar y aplicar propuestas didácticas donde los problemas tengan un rol importante.

Es en esta búsqueda donde se encuentra la propuesta didáctica de Phillippe Meirieu, la cual se centra en un modelo de organización de la enseñanza a partir de la noción de situación-problema.

En todo caso, nuestra realidad nacional no ha estado ajena a esta necesidad, desde los años 90, en el marco del Programa de las 900 Escuelas, el Ministerio de Educación plantea la necesidad de incorporar como un eje conductor importante para el aprendizaje de matemática, la resolución de problemas.

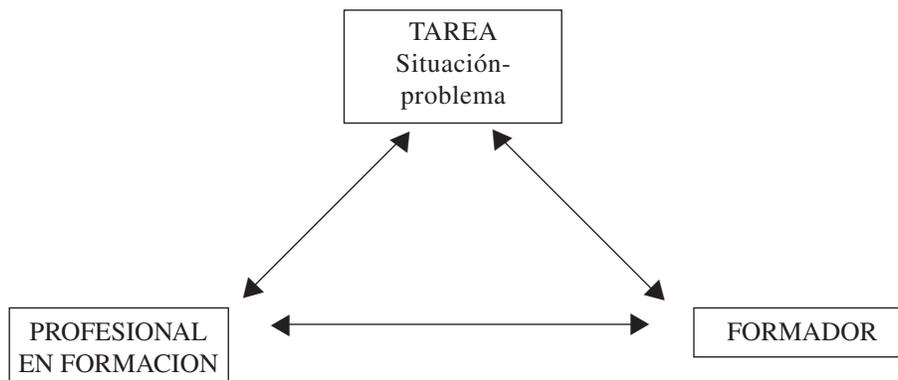
La práctica más habitual en las clases de matemática es la de incluir, generalmente, la resolución de problemas al final de una unidad o como aplicación de temas ya estudiados; el cambio es utilizar esta práctica también como forma de darle sentido a los conceptos, a la ejercitación de procedimientos de cálculo y durante todo el proceso.

El desafío es múltiple para el profesor o profesora, ya que para lograr aprendizajes matemáticos de mejor calidad debe:

- seleccionar problemas potentes y adecuados,
- buscar formas variadas y atractivas para proponérselos a los alumnos,
- propiciar instancias de trabajo como desafío personal o como trabajo cooperativo,
- conducir un proceso de modo que los alumnos y alumnas puedan disponer de momentos para buscar sus procedimientos de solución, analizarlos y discutirlos al interior de un grupo de trabajo y colectivamente en el curso,

- propiciar instancias que les permitan formularse nuevas preguntas, proponer y justificar la respuesta al problema planteado,
- lograr que después del estudio de algunos –muchos o pocos– problemas se puedan desarrollar otras acciones para que los estudiantes se apropien de conceptos y procedimientos matemáticos.

Siendo coherentes con la necesidad de que los profesionales de la educación en formación fueran capaces de asumir estos desafíos, se consideró pertinente adaptar la propuesta didáctica de Phillippe Meirieu, tomando en cuenta los principios que se presentan más adelante, donde los actores son el profesional en formación, el formador de los profesionales y la tarea, presentada como una situación-problema:



- **Un profesional en formación que efectúa una tarea se enfrenta a un obstáculo**

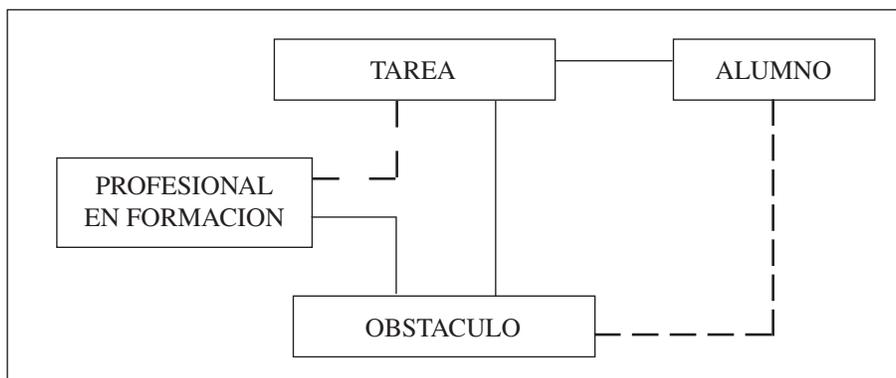
La tarea debe presentarse de tal forma que permita activar el interés por realizarla, debe ser entonces desafiante y tener un propósito claro, convirtiéndose en un obstáculo atractivo, pero posible de ser vencido.

- **La tarea orienta tanto al profesional en formación como al obstáculo que debe vencer, y al formador**

En una situación problema, el objetivo principal se encuentra en el obstáculo que se desea vencer y no en la tarea misma. Durante un tiempo, las dificultades que se presenten provienen del hecho que para el profesional en formación la tarea es la realidad que él percibe. Es ésta la que activa y orienta sus actividades, convirtiéndose en el objetivo por lograr, esta representación le permite abordar la tarea y así concretar su proyecto y regular su trabajo.

Por otro lado, también es necesario tener en cuenta que una situación-problema, aún cuando se presenta al profesional en formación como una tarea por realizar, debe ser construida por el formador a partir del objetivo que se planteó él.

La situación-problema considerada como un medio para lograr un objetivo o el propósito planteado, debe culminar su desarrollo con su explicitación al final de la secuencia y con una evaluación sistemática.



Como lo indica el esquema anterior, el alumno desarrolla una tarea que tiene sentido en sí misma; la realización de esta tarea involucra la superación de un obstáculo y este proceso, de vencer la dificultad, está ligado directamente con el objetivo de aprendizaje propuesto.

- **Vencer el obstáculo debe representar un progreso en el desarrollo cognitivo del profesional en formación**

El primer obstáculo que debe plantearse el formador es el que representará la selección del obstáculo por superar y cuyo logro debe significar un progreso relevante en el desarrollo cognitivo del profesional en formación.

Superar el obstáculo para lograr el cumplimiento de la tarea captará el interés del profesional en formación sólo si la operación genera la desaparición de un obstáculo a través de la adquisición de nuevos conocimientos. Es evidente que, en la medida que el objetivo-obstáculo haya sido seleccionado adecuadamente, se obtendrán los resultados esperados.

- **Los materiales proporcionados y las consignas dadas deben provocar la operación mental requerida para superar el obstáculo**

Los aprendizajes previos, relacionados con la situación problema, a veces no son suficientes para producir el aprendizaje esperado. Es necesario relacionar, analizar, formular hipótesis, verificarlas en distintos ejemplos, crear otros ejemplos, experimentar, confrontar, sacar conclusiones, etc. Si el profesional en formación no ha tenido la oportunidad de aplicar todas estas operaciones mentales, deberá ser apoyado por el formador entregándole materiales o mensajes que le faciliten la superación del obstáculo.

- **Cada profesional en formación puede utilizar una estrategia diferente para efectuar la misma operación mental**

Una situación-problema puede ser asociada a una gran directividad estructural, pero debe poseer una gran flexibilidad, en el tratamiento individual que pueda dársele.

Esta flexibilidad es la garantía de su éxito, en la medida que permita a cada profesional en formación utilizar su propia estrategia para aprender. Esto no implica que el formador no pueda entregar sugerencias que ayuden a descubrir las estrategias eficaces para cada persona y a sistematizarlas en función de los resultados logrados, con el propósito de que cada uno llegue a actuar en forma autónoma.

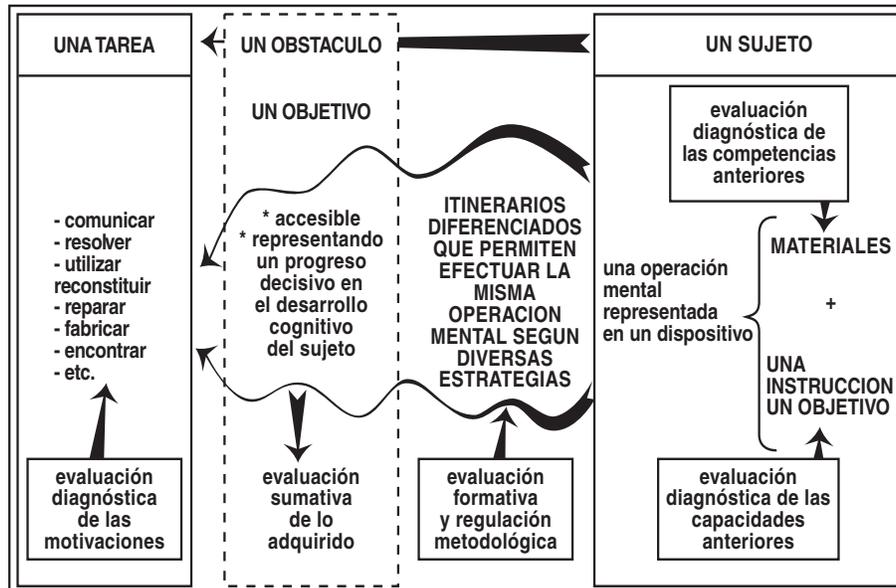
- **La concepción y la aplicación de la situación problema debe ser regulada por instrumentos evaluativos pertinentes**

Un buen proceso diagnóstico, aplicado por el formador, facilita la selección de situaciones-problemas.

Un proceso de evaluación formativo y continuo permite ajustar el obstáculo que el profesional en formación debe vencer, entregando soportes complementarios como, por ejemplo, actividades intermedias, recordándoles las instrucciones, los propósitos y su tarea.

Otro aspecto importante de considerar es la evaluación sumativa, ya no del proyecto que permitió superar el obstáculo, sino del objetivo por lograr. Para tal efecto debemos descontextualizar la situación problema, esto significa situar al alumno en un ejercicio diferente, que le permita transferir lo aprendido, por ejemplo, un reporte escrito, un resumen, una ficha recapitulativa, etc. El resultado de esta evaluación permitirá apreciar la eficacia de la situación-problema.

El esquema siguiente muestra el papel de la evaluación en las diferentes instancias del proceso.



### 3. La búsqueda de un tema que permitiese contextualizar las situaciones-problemas: la geometría

Son hechos aceptados en nuestro medio las dificultades que experimentan los docentes de Educación General Básica al enfrentar el proceso de enseñanza de la Geometría y los déficit en el aprendizaje geométrico que experimentan los alumnos terminales de este nivel del sistema educativo.

La Matemática es una ciencia, fruto del espíritu creativo del hombre. Las ideas matemáticas emergen de la mente humana, luego comienzan a vivir su propia vida, a combinarse en múltiples relaciones y, poco a poco, los misterios de esa vida no se tornan fáciles de descubrir si no se ha vivido el proceso desde su génesis. La dificultad se hace patente cuando no se ha brindado al niño o al joven la oportunidad de dar significado personal a las ideas matemáticas, a través de un proceso de construcción mediante el redescubrimiento de las mismas.

Con el propósito de mostrar la coherencia existente entre la propuesta didáctica de Phillippe Meirieu, los objetivos de la enseñanza de la geometría en la Educación Básica y una propuesta didáctica específica para este tópico, se desarrollan a continuación estos dos últimos elementos.

### 3.1. *Los objetivos de la enseñanza de la geometría en Educación Básica*

Las experiencias de tipo geométrico se presentan en forma muy temprana en los niños, a través de las actividades naturales de exploración de los objetos y del espacio físico en el que se desenvuelven.

Cuando el niño ingresa a la Educación Básica ha de ofrecérsele la oportunidad de descubrir ideas geométricas aprovechando el potencial de aprendizaje constructivo que él trae consigo. Paulatinamente, a través de los diferentes niveles de educación, él debería encaminarse hacia el logro de un conjunto de objetivos relevantes que enunciaremos:

#### *Desarrollar la intuición geométrica*

Este es un objetivo clave en la enseñanza de la geometría, dado que las intuiciones, es decir el darse cuenta de relaciones entre elementos, el visualizar un camino de solución, el anticipar una respuesta aún imposible de demostrar como correcta, son la puerta de entrada a la habitación donde con esfuerzo y a largo plazo se elaborarán las demostraciones.

Nos parece interesante señalar aquí el concepto de intuición geométrica de Hermann von Helmholtz, que compartimos: “Intuición es concebir de un modo claro relaciones geométricas”. La experiencia nos señala que el desarrollo de la intuición geométrica debe preceder a la demostración deductiva si queremos que el alumno aprenda con significado. Por otra parte, es necesario considerar que

casi ningún descubrimiento en matemática ha sido realizado mediante un esfuerzo de lógica deductiva, sino que ha resultado generalmente de un trabajo creador, fruto de la intuición. Una vez hecho el descubrimiento, la lógica ejerce su control, y es ella quien decide, en último término, si se trata realmente de un descubrimiento y no de una ilusión; así pues, su papel, aún siendo importante, no pasa de ser secundario. Por lo tanto, no se puede ser más purista al orientar el aprendizaje de los niños que lo que se pediría a los matemáticos en su trabajo diario.

El desarrollo de la intuición geométrica exigirá al docente la creación de actividades variadas con materiales diversos, que los niños enfrentarán desde los primeros años de escolaridad, hasta el último año de la Educación General Básica.

*Apreciar la belleza de la ciencia matemática a través del aprendizaje geométrico*

La geometría es una de las ramas de la matemática que puede llegar a estimular el interés por el aprendizaje de esta ciencia, ya que muestra de una manera distinta la realidad que rodea al alumno, da oportunidad de desarrollar habilidades imaginativas y creativas, a través del trabajo con las formas. Una meta deseable es que el alumno llegue a recrearse con el aprendizaje de la geometría.

Gran cantidad de artistas se ha inspirado en la armonía de las relaciones geométricas que el hombre a su vez ha descubierto en la naturaleza. La tarea de los docentes es llevar a los alumnos a descubrir la belleza de las formas, de las proporciones, de las regularidades para que, adentrándose en ellas, pueda extraer de allí el conocimiento.

*Desarrollar conceptos y relaciones geométricas*

Durante toda su vida el alumno interactúa con objetos concretos en un espacio físico; tanto lo real como las interacciones pueden ser

matematizadas, es decir, representadas esquemáticamente como entes geométricos.

El espacio físico no es la única fuente de matematización, pero su importancia debe ser resaltada dado que los alumnos de Educación General Básica (E.G.B.) elaboran el espacio lógico-matemático a partir de las acciones que efectúan sobre objetos concretos en el espacio real.

Adam Puig, afirma: “Todo objeto manufacturado contiene en su estructura material, ideas matemáticas, basta con saberlas ver”. De acuerdo con lo planteado por Puig, es imperativo para el docente presentar al alumno los objetos materiales que les permitan desarrollar las ideas geométricas y apoyarlos en este proceso constructivo.

*Preparar para la adquisición de un método de trabajo en geometría encauzado a la demostración*

La construcción de conceptos y relaciones geométricas que en una primera instancia aparecen como fruto de las acciones sobre lo concreto, los chispazos intuitivos, el gozo del descubrimiento deberán ser posteriormente sistematizados y sometidos a prueba con métodos formalmente más rigurosos.

El alumno alcanzará este logro cuando cuente con un desarrollo de sus estructuras intelectuales que le permitan, apoyado por el docente, elaborar demostraciones de tipo deductivo. Esto no será posible antes del inicio del período de operaciones formales; sin embargo, durante la E.G.B. se podrá guiar al alumno a establecer relaciones y someterlas a prueba en casos particulares, a modo de preparación para una demostración más rigurosa que podrá realizar en cursos superiores.

Una forma de orientación paulatina está constituida por las verbalizaciones, la resistencia a la contrasugestión y a la contradicción.

Así como la tarea del arqueólogo se divide en dos etapas: la primera, destinada a la excavación, a la remoción de la tierra de una cierta región, donde se presume que hayan vivido determinadas civilizaciones en diversas épocas, a sacar a la luz construcciones y restos y, una segunda etapa, destinada a establecer enlaces entre civilización y civilización, a reconstruir y sistematizar la historia. De igual modo, en la enseñanza de la geometría después del trabajo de descubrimiento que corresponde a la geometría intuitiva se habrá de avanzar hacia el trabajo de reconstrucción de la teoría, a partir de los elementos descubiertos, mediante el estudio sistemático de la geometría.

Los objetivos generales enunciados adquirirán mayor significado a través de la presentación de una alternativa didáctica para la enseñanza de la geometría, propósito central de este estudio.

### *3.2. Una estrategia metodológica para orientar el aprendizaje geométrico: la estrategia constructiva*

El aprendizaje geométrico tiene un doble significado, supone por una parte el desarrollo de nociones espaciales, y por otra la adquisición de conocimientos específicos; ambos aspectos deberán ser atendidos por una estrategia didáctica que pretenda servir a la conducción del aprendizaje de la geometría.

En relación al contenido del aprendizaje, es necesario señalar que la Escuela de Ginebra plantea que el orden ontogénico de aparición de las nociones espaciales es el siguiente; primero, nociones topológicas; más tarde y casi al mismo tiempo, proyectivas y euclidianas. Este orden será respetado en el proceso enseñanza-aprendizaje, aunque el orden histórico de aparición de estas geometrías sea el inverso.

Las discriminaciones basadas en propiedades topológicas se inician a principios del período preoperacional y la mayor parte de las relaciones topológicas se integran en sistemas operacionales estables, alrededor de los siete años, exceptuando la propiedad topológica

de la continuidad, ya que por suponer la noción abstracta de infinito no se logra sino hasta el período de las operaciones formales. Por otra parte, las propiedades proyectivas y euclidianas se presentan y alcanzan su equilibrio, por lo general, a los nueve a diez años.

Como ya se ha dicho, el niño adquiere los conocimientos por un proceso de construcción más que por observación y recepción de información.

El conocer implica necesariamente una participación activa del sujeto que aprende. Desde la temprana actividad sensoriomotora hasta las actividades de tipo formal, el conocimiento es una actividad de adaptación.

El sujeto puede llegar a conocer por contar con un bagaje, aunque sea mínimo, de experiencias y conocimientos previos –con el desarrollo y el aprendizaje esta plataforma se va ampliando paulatinamente–, que podrá relacionar con las nuevas experiencias, objetos o ideas.

El nivel de desarrollo estructural del alumno y su bagaje de conocimiento se han formado gracias a la acción de experiencias vividas en forma espontánea en la vida cotidiana, en las cuales no hay una dirección intencionada como aquellas que se han programado especialmente en el currículum escolar.

Los contenidos de enseñanza serán considerados como materiales potencialmente significativos sólo cuando tengan alguna vinculación con los problemas cotidianos del alumno. En consecuencia, una estrategia orientada en forma efectiva hacia el sujeto que aprende deberá proponerse como uno de sus objetivos centrales “provocar permanentemente la actividad asimiladora del alumno”; para que esto se cumpla no se podrán disociar los contenidos de las actividades y experiencias que organizan en la escuela, es decir, se deberán adaptar los contenidos a las estructuras puestas en juego en cada etapa del desarrollo, con el fin de favorecer la asimilación.

Los contenidos de enseñanza son un conjunto de información que los individuos deben procesar, al hacerlo incrementan su conoci-

miento, lo que a su vez permite leer e interpretar la realidad en forma más completa y esto hace posible, a su vez, el desarrollo de nuevas estrategias para captar y organizar la información.

Sólo con fines analíticos, Piaget distingue tres tipos de conocimientos: físico, social y lógico matemático. Esta distinción no puede suponer, de modo alguno, una real disociación del conocimiento, puesto que se requieren mutuamente.

No obstante, es necesario conocer las características de cada tipo de conocimiento, con el fin de poder orientar acciones que posibiliten su desarrollo particular y, por ende, consolidar el conocimiento globalmente considerado.

El conocimiento físico y el social son formas empíricas de conocer; el físico tiene su origen en los objetos concretos exteriores y se produce cuando el sujeto actúa sobre ellos; el social se origina en el intercambio con las personas y, a partir de él, se adquieren las convenciones, las actitudes y otras conductas colectivas. Ambos tipos de conocimiento requieren la abstracción de propiedades observables que están en objetos y personas; su origen, por lo tanto, reside fuera del sujeto que conoce y requiere de abstracción empírica.

El origen del conocimiento lógico matemático está en el sujeto mismo, se asienta en estructuras construidas por su propia actividad; este conocimiento requiere la abstracción reflexiva, una invención o construcción interna que establece relaciones a partir de la coordinación de actos que realiza el propio sujeto.

Los planteamientos anteriormente adoptados estarían reafirmando la idea de que la enseñanza basada en métodos meramente verbales, caracterizados por la transmisión de conocimientos estructurados, no tiene ningún sentido, puesto que se rechaza de plano concebir la mente como almacén de fragmentos de información aislada y que se acumulan indefinidamente.

Ni en la realidad ni en la mente existen contenidos sin estructura ni estructuras vacías de contenido. De esto se deduce que el aprendi-

zaje para ser significativo y provocar desarrollo requiere trabajar con contenidos relevantes, contenidos referidos a problemas y situaciones cercanas al alumno y requiere también provocar la actividad organizadora de la que aprende al relacionar los objetos, al conducir sus propias acciones sobre los mismos. La motivación y el interés que toda acción docente se preocupa por despertar adopta aquí una dimensión y tratamiento intrínseco.

Motivar es predisponer al alumnado al aprendizaje, es llevarlo a participar activamente en los trabajos escolares. Con la motivación se intenta proporcionar al alumno una situación que lo induzca a un esfuerzo intelectual, a una actividad orientada hacia determinados resultados. El alumno debe estar dispuesto a esforzarse para aprender; no hay método o técnica docente que exima al alumno de esfuerzo. De ahí la necesidad de motivar las actividades escolares, con el fin de que haya esfuerzo voluntario por parte de quien aprende; un alumno motivado siente la necesidad de aprender lo que está siendo tratado; esta necesidad lo lleva a esforzarse y a perseverar en el trabajo hasta sentirse satisfecho. El conocimiento se produce efectivamente cuando el alumno intenta resolver un problema que la realidad le presenta; frente al problema su repertorio de información puede resultar insuficiente, lo que le provoca perturbaciones o contradicciones, las que sorprenden sus modos habituales de pensamiento. En este momento surge el conflicto cognitivo, la duda; frente a ello, y como reacción, surge la búsqueda de soluciones alternativas que requieren el cambio de esquemas, para así poder dar respuesta al problema, volver al equilibrio cognitivo.

Parece obvio que una propuesta didáctica preocupada de favorecer el desarrollo cognitivo y el aprendizaje conceptual deben permitir la organización de actividades y contenidos de enseñanza, de tal modo que favorezcan la “investigación”, “el redescubrimiento”, ya que a través de estos procesos el alumno consolida el conocimiento que ha ido logrando y al mismo tiempo cuestiona sus modos de pensar ante las contradicciones y las anomalías descubiertas. Por el contrario, una pro-

puesta didáctica basada en la transmisión pasiva de conocimientos estructurados, difícilmente puede provocar alguna perturbación.

La consolidación de conocimientos y el desarrollo cognitivo requieren, además de una metodología que se contemple, tanto el trabajo individual del niño como una interacción de éste con sus pares, ya que se ha comprobado que la cooperación supone un detonador de muchas operaciones mentales.

Una propuesta didáctica orientada hacia el aprendizaje conceptual y hacia el desarrollo debe necesariamente considerar en su estrategia el trabajo en grupos, ya que el intercambio y la confrontación de opiniones provoca la descentración, induce a aceptar la relatividad o parcialidad de los propios puntos de vista, a situarse mentalmente en otras perspectivas y, lo que es de suma importancia, exige el esfuerzo por expresar el pensamiento en forma coherente, precisa y comprensible. “Cuando el alumno discute con otros intenta evitar la contradicción y procura la comprobación real, se preocupa por amarrar sus argumentos y conservar el sentido de sus ideas” (Aebli, 1973).

A partir de los diferentes planteamientos teóricos expuestos hasta ahora, se puede perfilar un enfoque didáctico que postula una enseñanza de la geometría entre cuyos objetivos primordiales está el favorecer el desarrollo cognitivo de los alumnos, es decir, encaminarlos desde la intuición geométrica hasta el manejo del método deductivo de demostración y, como propósito no menos importante, el aprendizaje de conceptos y relaciones geométricas por construcción de los mismos.

Esta estrategia, denominada constructiva, parte de la premisa de que para favorecer el desarrollo cognitivo del alumno, éste debe tener la oportunidad de realizar un aprendizaje significativo, producto de su actividad, que lo lleve a la construcción de sus propios conocimientos.

La vida es, particularmente para el niño, una fuente continua de conocimiento; en la fase de búsqueda del por qué de las cosas, el

niño tiende de modo natural hacia el adulto, pero si aquel que está junto a él no sabe desarrollar y estimular su deseo de conocer, las adquisiciones serán sólo parciales, la curiosidad y el interés se encaminarán por derroteros distintos: se producirá una reacción frente a ciertos estímulos y ésta no se dará frente a otros. Es esencial para el aprendizaje, la participación del niño en su construcción, que se sienta actor y no mero espectador.

El educador es la persona clave en la orientación del proceso de aprendizaje del niño. El deberá generar situaciones de aprendizaje que estimulen al alumno a la búsqueda deliberada, intencional y, en lo posible, sistemática, de respuestas a los problemas suscitados o planteados. Deberá acompañar al alumno durante el proceso de construcción de respuestas, interviniendo para estimular, orientar, preguntar, contrasugestionar u ofrecer materiales complementarios.

Una tarea, no menos relevante del educador, será la construcción o selección de materiales concretos, que deberán ser modelos representativos de las ideas geométricas que los niños elaborarán.

Otro aspecto importante de la tarea del educador, dice relación con el desarrollo y mantenimiento de un clima afectivo adecuado que permita, por un lado, la participación individual espontánea de los alumnos y, por otro, la tan necesaria discusión grupal. Para ello debe demostrar una actitud abierta, receptiva a todo tipo de respuestas; reforzadora, tanto de respuestas correctas como de la parte rescatable de las incorrectas respetuosa de los alumnos, estimuladora de la reflexión y de establecer las contra preguntas como forma de profundización en el tema.

#### **4. Una experiencia en la formación de profesores de Educación Básica**

Sabemos que existe una gran pregunta que deberíamos contestarnos como formadores de futuros profesionales de la educación:

¿cómo se contribuye para que los futuros profesores se apropien de un nuevo paradigma en relación con el enseñar y aprender y, como consecuencia, destruyan el que han asumido en su propia vida escolar?

Como primer paso, para ir encontrando algunas luces que nos orienten en esta problemática, hemos parcializado esta gran pregunta en otra más específica y que pensamos es posible de ser contestada a través de la experiencia desarrollada: ¿cómo se apoya a los profesionales en formación para que incorporen en sus clases de matemática la resolución de problemas?

La respuesta a esta pregunta está íntimamente ligada, sin lugar a dudas, a la práctica de resolver problemas y, a partir de ello, reflexionar matemáticamente, dando las instancias para que resuelvan problemas diversos, se formulen preguntas, expliquen procedimientos, y fundamenten sus soluciones.

Esta respuesta se canalizó considerando tanto la propuesta de Phillippe Meirieu para el diseño de una situación-problema, como la estrategia didáctica propia de la geometría de carácter constructivo.

#### 4.1. *¿Con quiénes y cuándo se desarrolló la experiencia?*

Participaron en esta experiencia setenta futuros profesores de Educación General Básica, que se encontraban desarrollando la actividad curricular denominada “Didáctica de la matemática II”, curso con tres módulos que implican 4 horas y media de clases semanales, durante el segundo semestre del 2000. El tiempo dedicado a la experiencia misma fue de siete semanas de clases.

#### 4.2. *¿Cómo se organizó la experiencia?*

La experiencia se organizó en cuatro etapas, las cuales se desarrollan a continuación:

- 1) *Selección de Problemas*
- 2) *Presentación de los problemas a los profesionales en formación*
- 3) *Organización y desarrollo del trabajo*
- 4) *Interrelación con talleres.*

### **Primera etapa: Selección de situaciones-problemas**

Se seleccionaron tres tareas, planteadas como situaciones-problemas, a través de las cuales los profesionales en formación vivenciarían una forma de trabajo que les permitiese un reordenamiento o nuevos aprendizajes en relación con los conceptos de cuerpo geométrico, áreas y volúmenes; propiedades geométricas de algunos polígonos en relación con movimientos rígidos (rotaciones, traslaciones, reflexiones); propiedades de los cuadriláteros y en especial de los paralelogramos y, en relación con estos temas, experimentarían y analizarían una forma de estudiar y aprender que se separa más claramente de las formas más habituales.

Se buscó para cada tarea un obstáculo por vencer, en donde estuviera implícito el manejo de conceptos para llegar al propósito o tarea.

Las tareas seleccionadas y los conceptos involucrados fueron los siguientes:

#### **Tarea 1. *Las cajas***

El desafío fue construir una variedad de cajas para guardar 24 lápices de pasta, tipo lápices BIC. El producto final, en consecuencia, es una variedad de cajas diferentes que satisfagan el desafío señalado.

Además de construir estas cajas, se debía redactar un informe final del trabajo que considerase, para cada caja:

- indicaciones para su construcción
- la caracterización del cuerpo geométrico que se le asocia.
- la cantidad de material que se necesita para su elaboración
- el volumen
- justificación de por qué dicha caja es adecuada para guardar los lápices.

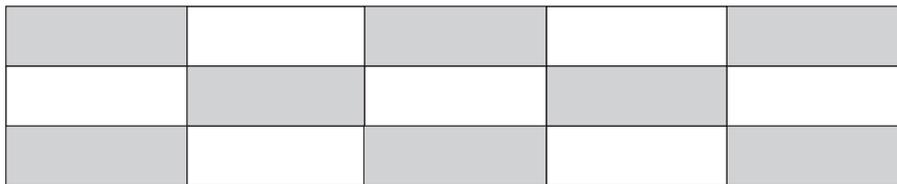
*Los conceptos involucrados en esta tarea son volumen y área, características geométricas de algunos cuerpos, representación plana de los mismos, mediciones.*

## **Tarea 2. Las baldosas**

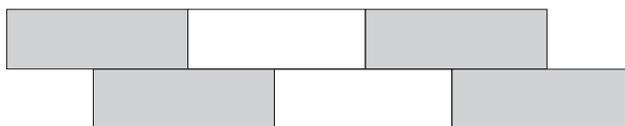
El desafío es establecer una diversidad de baldosas que permitan pavimentar el patio de una escuela.

Las baldosas de una pavimentación son figuras congruentes.

La pavimentación consiste en yuxtaponer baldosas por sus lados de modo que estas coincidan y se cubra el piso totalmente, sin dejar espacios vacíos entre las baldosas.



No se permiten deslizamientos entre los lados como lo indica el dibujo que sigue; los lados deben coincidir.



El producto final es una variedad de pavimentaciones con diferentes baldosas.

Además se deberá redactar un informe que considere:

- Una descripción de las formas con las que pudo pavimentar, caracterizando cada una de ellas.
- Una descripción de los movimientos que son necesarios realizar para ir colocando la segunda, tercera, cuarta... así sucesivamente, a partir de la ubicación de la primera.
- Nombrar cinco figuras con las que no se puede pavimentar. Fundamentar cada caso.

*Los conceptos involucrados en esta tarea son características geométricas de algunas figuras planas, traslaciones, simetrías y rotaciones en el plano, suma de los ángulos interiores de algunos polígonos.*

### **Tema 3. Los cuadriláteros**

El desafío es redefinir los cuadriláteros y su clasificación a partir de las propiedades de las diagonales.

El producto final es la construcción geométrica (con compás y escuadra) de los tipos de cuadriláteros a partir de sus diagonales.

Además de hacer estas construcciones, se deberá redactar un informe que considere:

- Una definición de los tipos de cuadriláteros por las propiedades de las diagonales.
- Comparación con la clasificación de cuadriláteros según sus lados y sus ángulos.

*Los conceptos involucrados en esta tarea son cuadriláteros y paralelogramos, propiedades de sus diagonales.*

### **Segunda etapa: Presentación de las situaciones-problemas a los profesionales en formación**

**Segunda sesión:** Para esta etapa se ocupó una sesión. Se explicó la forma en que se trabajaría la unidad de geometría, relevando la importancia que tendría la vivencia de esta experiencia para su formación. Las situaciones-problemas se presentaron a todo el curso, sin ser éstas analizadas en profundidad, ya que este trabajo le competía al grupo que le sería asignada la tarea. El mensaje principal era que cada grupo debía encontrar respuestas a la situación-problema.

Se organizó el curso en tres grupos que se subdividieron a su vez en parejas de trabajo; cada uno de esos tres grupos se debía responsabilizar de la realización de una de las tareas propuestas: “Las cajas”, “Las baldosas” y “Los cuadriláteros”.

Al final de esta sesión se esperaba que los participantes en la experiencia hubiesen captado el sentido y la forma de trabajar e iniciasen una planificación que les permitiese vencer el obstáculo.

Entre la primera sesión y la segunda sesión además debían consultar bibliografía, formular preguntas que les permitiesen aclarar su tarea y preparar una síntesis del trabajo avanzado para ser presentado al interior de cada grupo.

### **Tercera etapa: Organización y desarrollo del trabajo**

Esta etapa duró cinco sesiones de tres horas, las cuales se describen a continuación:

**Segunda sesión:** Las parejas intercambian sus trabajos dentro de cada grupo y reordenan sus ideas en relación con los conceptos matemáticos presentes, compartiendo las dificultades para lograr la **tarea**. Cada grupo debe preparar para la tercera sesión una síntesis o estado de avance de lo que hasta el momento ha investigado sobre su **tarea**, para exponer al grupo total.

**Tercera sesión:** La planificación tentativa indicaba que en esta sesión, se presentarían los informes de avance, en el supuesto que los participantes tendrían algunas nociones sobre los conceptos involucrados en las tareas.

En estas presentaciones se vio la necesidad de reformular el proceso del trabajo, y de incorporar un cuestionario, el cual se presenta en el Anexo N° 1, para generar una conversación en relación con algunos conceptos básicos de geometría.

Este cuestionario permitió fortalecer conceptualmente el desarrollo del trabajo.

Cada grupo, más bien cada pareja al interior de cada grupo, se responsabilizó de responder las preguntas atinentes a su trabajo y preparar una exposición con sus respuestas y comentarios.

El resultado de este trabajo debía exponerse en la siguiente sesión.

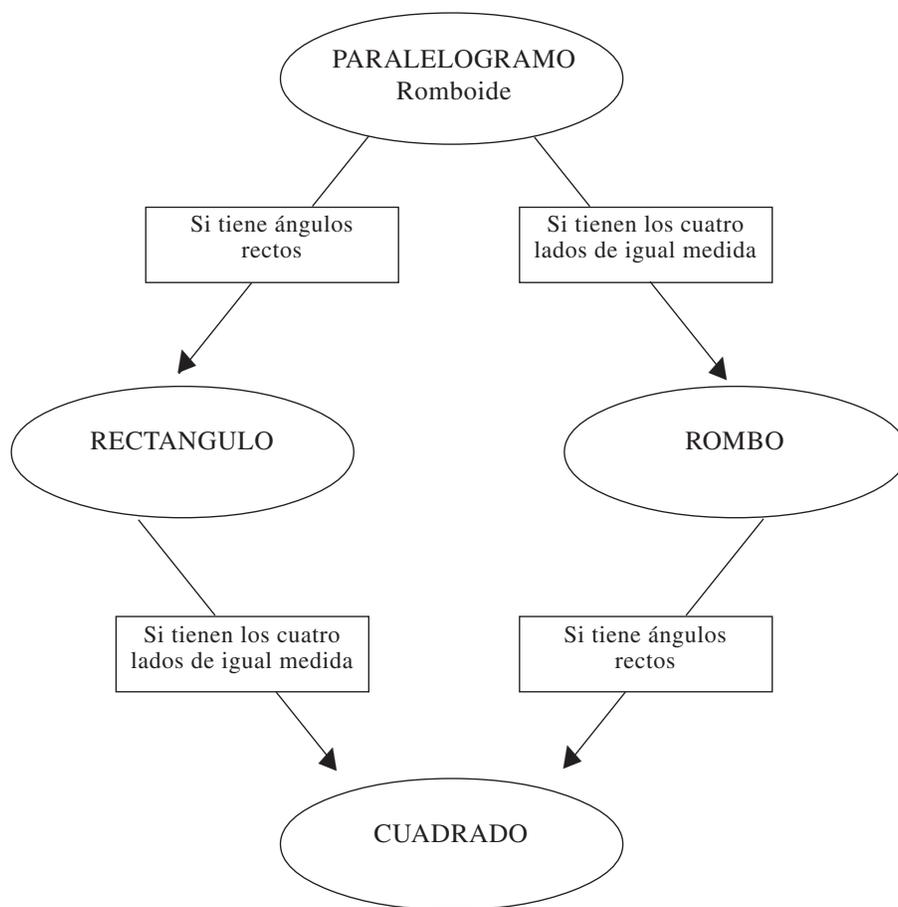
**Cuarta sesión:** En la primera parte de esta sesión las parejas al interior de cada grupo expusieron el resultado de sus investigaciones, para lograr como producto un nuevo reordenamiento de la información antes de exponerla al grupo curso.

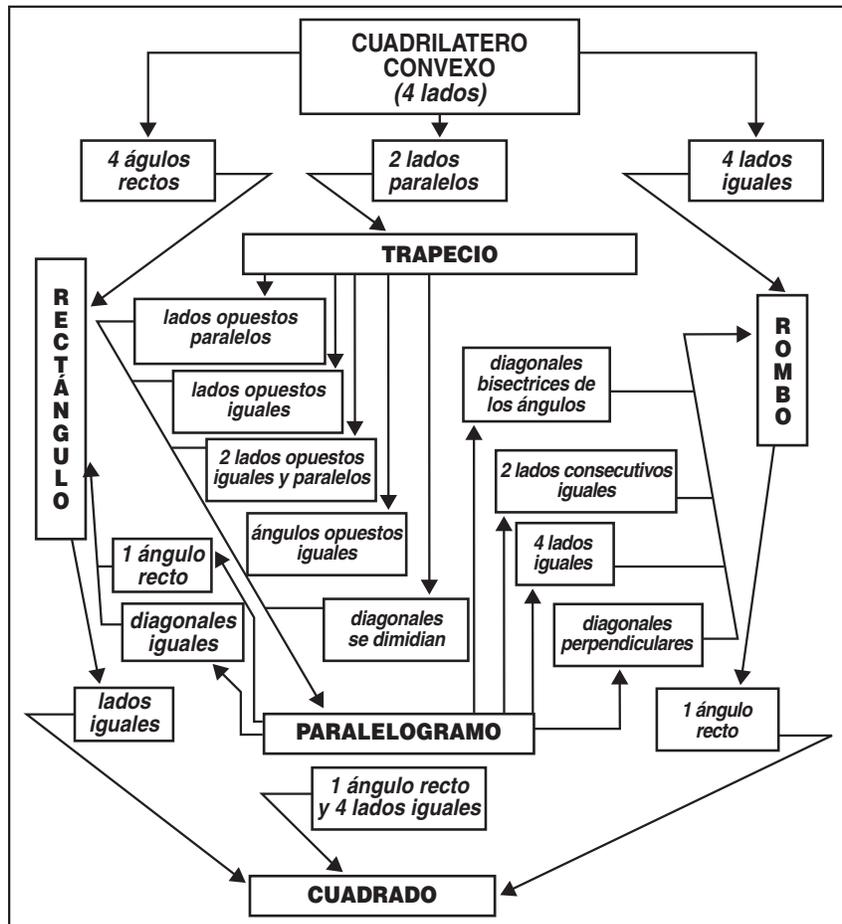
Durante la exposición de respuestas y desarrollo del cuestionario se intercambiaron opiniones, se expresaron dudas, se corrigieron errores conceptuales, los participantes solicitaron aclaraciones y explicaciones a otros grupos, se realizaron aportes y sugerencias a cada grupo que expuso en relación a su tarea, se incentivó a profundizar

más algunas preguntas del cuestionario. En síntesis, hubo un enriquecimiento para el logro de la tarea.

También los formadores entregaron información en esquemas, los que tenían que ser comprendidos y leídos por profesionales en formación.

Los esquemas entregados fueron los siguientes:





**Quinta sesión:** Durante el desarrollo de esta sesión los grupos se volvieron a reunir y compartir sus investigaciones para avanzar en su tarea e ir preparando su presentación final e informe final.

**Sexta sesión:** En esta etapa cada grupo organizó y preparó la presentación final; ésta consistía en dar a conocer al resto del grupo, su tarea y los conceptos matemáticos involucrados. Cada grupo tenía la misión de ser el transmisor de su tarea, por lo cual era importante que conocieran y se manejaran en los conceptos. Cada uno buscó

una forma clara y precisa de llevar a cabo su presentación, utilizando como medios transparencias, equipos multimediales, paneles, foros, etc.

El trabajo finalizó con dos instancias:

- 1) una exposición organizada por cada grupo presentando su **tarea propuesta**. Presentación que fue calificada por todos los alumnos del curso y el formador.
- 2) un informe técnico.

Una vez concluida la exposición de los trabajos, los formadores condujeron una conversación con los participantes de la experiencia, con el propósito de que ellos tomaran conciencia de la estrategia vivenciada y lograsen establecer relaciones con su futuro quehacer profesional.

Los profesionales en formación lograron rescatar de las etapas desarrolladas, una posible secuencia de trabajo para ser utilizada con alumnos de E.G.B.

#### **Cuarta etapa: Interrelación con los talleres**

Paralelamente a las sesiones de trabajo explicitadas, los participantes debían asistir a una sesión de taller, el cual debe estar relacionado directamente con las clases. Por tal motivo, se resolvió dedicar estas sesiones a la preparación de una microenseñanza, donde los contenidos tuviesen relación con los conceptos geométricos involucrados en las tareas.

Cada grupo seleccionó de su tarea alguna actividad que quisiera compartir con su grupo de compañeros y compañeras. La microenseñanza busca que los profesionales en formación presenten una actividad simulando estar en una sala de clases. Esta instancia permite evaluar la forma en que han internalizado las propuestas didácticas analizadas.

## 5. Conclusiones y proyecciones

Al término de la experiencia se detectaron logros y deficiencias, las cuales se explicitan a continuación.

### Logros

Los profesionales en formación

- Conocieron y vivenciaron una forma de trabajo diferente, reconociendo sus debilidades y fortalezas. Concluyeron que esta forma de trabajo puede ser transferida a la sala de clases, que ésta contribuye a construir sus aprendizajes, a compartir y recibir información, a evaluar sus progresos, y a reconocer sus dificultades, aspectos que sintieron favorables para su formación.
- Al evaluar el trabajo, su trabajo, se dieron cuenta que tuvieron que recurrir a muchas fuentes de investigación para lograr su tarea, ya que las respuestas no estaban explícitas en un libro, sino que había que tomar diferentes elementos o información para ir construyéndola.

Aquí claramente se relaciona el modelo de situación-problema propuesto Philippe Meirieu, ya que tuvieron que vencer el obstáculo.

- Sintieron que vencieron el obstáculo, lograron aprendizaje y reordenaron sus conceptos. También es importante mencionar que sintieron la necesidad de tener otra tarea. Una vez lograda la primera, sentían que podrían haber dado más, instancia favorable para sugerir y fomentar para su futuro trabajo la apertura de estar atento a las necesidades de los alumnos.
- Apreciaron que las instancias de evaluación y calificación fueran permanentes y conocidas por todos.

## Deficiencias

- La capacidad reflexiva de los participantes no se puede considerar una fortaleza, lo que nos motiva a seguir trabajando esta habilidad en cada una de las actividades curriculares de su formación. Por ejemplo, ¿qué debemos preguntar?, ¿cómo incentivar la reflexión con preguntas apropiadas?
- En un comienzo, una sensación del grupo de alumnos sintieron de que no iban a aprender nada, pero en el transcurso del curso, y a la finalización de éste hubo un cambio, percibieron un aprendizaje sólido y entretenido en relación a su tarea.
- Una de las interrogantes planteadas por el grupo fue qué va a pasar con los otros temas, habría que cuestionarse y preguntarse ¿qué priorizar?, ¿la propuesta didáctica?, ¿o los contenidos? Aventurando, podríamos decir que la propuesta didáctica permitiría ser transferida a otras situaciones-problemas, la dificultad radica en ¿cómo se cuenta con una batería de situaciones-problemas?

En síntesis, es importante visualizar tanto la parte contenidista como la parte didáctica. La experiencia muestra que aún hay que profundizar los contenidos. Aunque uno podría pensar que ésta fue desarrollada en su vida escolar, no queda en evidencia.

Con respecto a la parte didáctica hay que seguir demostrando y experimentando que es importante saber para poder transmitir y reflexionar en conjunto con los niños. No ser los proveedores de la verdad, pero sí sentirnos seguros de lo que vamos a enseñar.

## Anexo N° 1

### CUESTIONARIO “ACLARANDO ALGUNOS CONCEPTOS GEOMETRICOS BASICOS RELACIONADOS CON LA TAREAS”

1. ¿Qué es un cuerpo geométrico? ¿En qué se diferencia de un cuerpo no geométrico?
2. ¿Qué imagen es asociable con una unidad de volumen, de área, de longitud?
3. Si se duplicase la arista de un cubo, ¿qué efecto se produciría en su volumen?
4. Describa a partir de la etimología, las siguientes palabras: poliedro, tetraedro, polígono, pentágono.
5. Señale formas de representación plana de figuras tridimensionales.
6. Si se construyeran dos cajas diferentes con la misma cantidad de material, ¿tendrían ellas el mismo volumen?
7. Describa qué movimientos permiten hacer coincidir el triángulo ABC con cada uno de los otros dos triángulos del dibujo.
8. ¿Qué tipo de polígono permite generar pavimentaciones y por qué? ¿Cuáles no?
9. ¿Qué es un polígono regular?
10. Defina triángulos y cuadriláteros a partir de sus ejes de simetría.
11. Clasifique los cuadriláteros con criterios específicos que usted elija.
12. ¿Cómo se transforma un paralelogramo en un rectángulo?
13. Un cuadrado es un rombo especial, o bien, es un rectángulo especial. Justifique esa afirmación o refútela si la considera equivocada.

14. ¿Qué es un cuadrilátero regular?
15. ¿En qué cuadrilátero las diagonales forman ángulo recto?

### **Bibliografía Consultada**

- Aebli, Hans** (1972). *Una didáctica fundada en la Psicología de Jean Piaget*. Edit. Kapelusz, Buenos Aires.
- Bartolini, Darío** (1979). *Geometría della natura*. Viaggionel planeta delle forme. Edit. Piccoli.
- Cattaneo, Liliana, Lagreca, Noemi, Filipputti, Susana B., de Hinrichsen, Susana S., Buschiazzo, Noemi** (1997). *Matemática hoy en la E.G.B.* Homo Sapiens Ediciones, Rosario. Argentina.
- Filloy Yagüe, Eugenio**, (1998). *Didáctica e Historia de la Geometría Euclidiana*. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V., México.
- Gil Daniel, Pessoa Anna M<sup>a</sup>, Fortuny Josep M., Azcárate Carmen** (1994). *Formación del profesorado de las ciencias y la matemática*. Edit. Popular, S.A., Madrid.
- Guibert, A., Lebeaume, J., y Mousset, R.** (1993). *Actividades Geométricas*. Narcea, S.A., de Ediciones, Madrid.
- Hemmerling, Edwin** (1971). *Geometría elemental*. Edit. Limusa, México.
- Hernández F., Herminda, Delgado R., Juan R., Fernández de A., Bertha** (1999). *Cuestiones de didáctica de la matemática*. Homo Sapiens Ediciones, Rosario, Argentina.
- Hernández Pina, Fuensanta, Soriano Ayala, Encarnación** (1999). *Enseñanza y aprendizaje*. Edit La Muralla, S.A., Madrid.
- Hocking Young** (1966). *Topología*. Edit. Reverté, México.
- Martin Molero, Francisca** (1999). *La Didáctica ante el tercer milenio*. Edit. Síntesis, S.A., Madrid.
- Meirieu, Phillippe** (1990). *Guía metodológica para la elaboración de una situación-problema*. Documento presentado por Ives Clavier en su misión en Chile en 1990.

**Ministerio de Educación División de Educación Superior** (2000). *Estándares de desempeño para la formación inicial de docentes*. Santiago de Chile.

**Riveros, Marta y Zanocco, Pierina** (1981). *¿Cómo aprenden Matemática los niños?* Edic. Universidad Católica de Chile, Colección TELEDUC, Santiago.

**Riveros, Marta y Zanocco, Pierina** (1992). *Geometría: aprendizaje y juego*. Ediciones Universidad Católica de Chile, Santiago.

**Sauvy, Jean** (1980). *El niño ante el espacio: iniciación a la topología intuitiva. – De la rayuela a los laberintos*. Edit. Pablo del Río, Madrid.

**Alsina, Claudi, Burgués, Carme Fortuny, Josep M<sup>a</sup>** (1992). *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. Edit. Síntesis, S.A., Madrid.