

## Educación estadística: relaciones con la matemática

### Statistical Education: Relationships with Mathematics

Guido del Pino<sup>1</sup> y Soledad Estrella<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Estadística, Pontificia Universidad Católica de Chile

<sup>2</sup>Programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática, Pontificia  
Universidad Católica de Valparaíso, Chile

#### Resumen

En este artículo se argumenta que la razón de ser de la enseñanza de la estadística a nivel escolar es la alfabetización estadística, necesaria para que en el futuro los alumnos puedan ser ciudadanos eficientes en la sociedad de la información. Se presentan además los significativos consensos en cuanto a la enseñanza de esta disciplina. Dado que la Estadística aparece dentro del currículo de Matemática, se discuten los puntos en común y las diferencias entre ambas disciplinas. Se expresa, además, que la investigación en educación estadística es distinta de la investigación en educación matemática y que cada didáctica asociada es también diferente. Finalmente, se aborda el importante tema de la formación de los profesores.

**Palabras clave:** enseñanza de la estadística, didáctica de la estadística, educación estadística

#### Abstract

This article argues that the main reason for teaching Statistics is statistical literacy, which is essential for the students to be productive members in the future information society. In addition, the significant consensus on teaching this discipline is presented. As Statistics appears within the Mathematics curriculum, the similarities and differences between the disciplines are discussed. It is also stated that research in statistical education is quite dissimilar from that in mathematical education, and the didactics are also different. Finally, the key issue of teacher training is addressed.

**Keywords:** teaching statistics, didactics of statistics, statistical education

---

#### Correspondencia a:

Guido del Pino  
Departamento de Estadística, Pontificia Universidad Católica de Chile  
Avda. Vicuña Mackenna 4860, Santiago, Chile  
Correo electrónico: gdelpino@mat.puc.cl

---

© 2012 PEL, <http://www.pensamientoeducativo.org> - <http://www.pel.cl>

ISSN: 0719-0409  
doi: 10.7764/PEL.49.1.2012.5

DDI: 203.262, Santiago, Chile

Estamos inmersos en ingentes cantidades de datos con los que nos invaden los medios de comunicación en la forma de tablas y gráficos, y es necesario ser capaces de comprender y usar esta información. Hoy en día, un ciudadano medianamente ilustrado debe tener una actitud crítica frente a las afirmaciones basadas en diversos estudios que utilizan la estadística. El uso y abuso de encuestas de opinión pública es el ejemplo más conocido de aplicación de la estadística, y resulta fundamental tener una idea de los factores que afectan la confiabilidad de los resultados. En particular, debemos comprender que esta depende sustancialmente del mecanismo de selección de la muestra. Debemos ser conscientes del valor y las limitaciones de los argumentos estadísticos para descubrir algunos aspectos de la realidad. Más aún, es preciso saber comunicar a otros el uso de argumentos estadísticos. El desarrollo de las habilidades mencionadas se denomina *alfabetización estadística* o *cultura estadística* (*statistical literacy*), la cual debiera estar garantizada por el Estado para fortalecer el buen funcionamiento de la sociedad y de la democracia.

La estadística no solo tiene un importante papel para potenciar el desempeño de cada uno como un ciudadano activo, sino que puede apoyar la toma de decisiones en asuntos de la vida cotidiana, tales como la calidad nutricional de los alimentos, la seguridad y eficacia de los fármacos, la información bursátil y económica, los sondeos electorales, los índices de audiencia de programas televisivos, el rendimiento, seguridad y confiabilidad de los automóviles. De esta forma, la inversión en alfabetización estadística es también una inversión en el bienestar individual y colectivo de los ciudadanos.

La principal intención de este artículo es que sirva de apoyo a las decisiones en complejas materias educacionales como el currículo escolar. El artículo se basa en gran medida en el estudio llevado a cabo por Araneda, Del Pino, Estrella, Icaza y San Martín (2011), que se enfocó en la enseñanza básica K-6. A su vez, ese estudio usa extensivamente las ideas del influyente reporte *A curriculum framework for K-12 statistics education* de Franklin et al. (2005). Con el fin de no recargar innecesariamente la lectura hemos optado por no citar dicho estudio cada vez que se use.

En toda disciplina es necesario que confluyan expertos en ella y expertos en la didáctica de la misma. En el caso que nos concierne es difícil encontrar expertos en didáctica de la estadística, muy distinta de la didáctica de la matemática y menos desarrollada que esta. Por ello, se realizó un estudio investigativo para hacer accesible la experiencia de diversos países y la incipiente pero cada vez más abundante literatura internacional sobre el aprendizaje y la enseñanza de la estadística.

A continuación describimos la estructura del artículo. En primer lugar, antes de hablar de la enseñanza de la estadística es bueno discutir brevemente qué es esta disciplina. Luego se abordan las interrogantes de por qué enseñar estadística y cómo llevar a cabo esta tarea. Después se muestran los puntos en común y las diferencias entre estadística y matemática y se comenta sobre la investigación en educación estadística e indica varias fuentes útiles sobre ella. A continuación se discute el importante tema de la preparación de los profesores, se entrega información sobre la experiencia en algunos países y se presenta un esbozo de inserción de la estadística y la probabilidad en el currículo chileno. Finalmente, presentamos algunas conclusiones.

### ¿Qué es la estadística?

Más que definir una disciplina se pueden describir algunos de sus aspectos conceptuales y aplicaciones. Nos basamos acá en Cobb y Moore (1997), la American Statistical Association ([www.amstat.org](http://www.amstat.org)) y Araújo (2011). A partir de estas fuentes se puede afirmar que la estadística es una disciplina metodológica que ofrece a otras áreas del saber un conjunto coherente de ideas y herramientas. Podría verse como la aplicación científica de los principios matemáticos a situaciones sujetas a *variabilidad e incerteza*, particularmente la recolección y análisis de los datos. Su objetivo puede ser simplemente comprender ciertos aspectos de la realidad o apoyar la toma de decisiones en presencia de incertidumbre.

La estadística puede aplicarse a las ciencias experimentales, y tiene acá un papel de formalización matemática del método científico. Una definición interesante de la estadística que sintetiza diversos aspectos de ella es la de Araújo (2011):

La estadística es una disciplina científica cuyo propósito es favorecer o facilitar la realización de inferencias inductivas basadas en datos mediante: i) el resumen de la información contenida en los datos (a efectos de que los usuarios puedan

---

realizar sus inferencias a base de tal resumen) y ii) el dimensionamiento o cuantificación o control del error inherente a toda inferencia inductiva. (p. 1)

Entre las muchas áreas de aplicación de la estadística cabe mencionar las ciencias médicas, la biología, las ciencias sociales, la economía, las finanzas, la mercadotecnia, la manufactura y la administración. Se están abriendo nuevas áreas como la biotecnología y la informática.

### **Por qué enseñar estadística**

Una fuerza de trabajo bien formada estadísticamente permite integrarnos más eficazmente en la economía mundial de mercado y mejorar nuestra posición en ella. Por ejemplo, la estadística proporciona herramientas para obtener las mejoras de calidad y productividad que demanda un mercado competitivo. La inversión en la enseñanza de la estadística es entonces una inversión en su capital humano y en el futuro económico de la nación. Similares referencias pueden establecerse en áreas como la salud, la educación, la alimentación, la energía, la minería, el medioambiente, las finanzas, el transporte, el turismo y muchas otras de fundamental importancia para el desarrollo integral y la proyección de un país.

Una parte importante de nuestra vida se rige por números; los egresados del sistema escolar deben poder razonar estadísticamente para hacer frente de manera inteligente a las demandas que plantea el mundo moderno. Cabe citar acá las palabras proféticas del escritor H. G. Wells (Huff, 1954), “Llegará el día en que pensar estadísticamente sea tan necesario para el ciudadano eficiente como leer y escribir” (p. 1), donde “pensar estadísticamente” debe interpretarse como una consecuencia del proceso de alfabetización estadística, esa que afirmamos ser la función principal de la enseñanza de la estadística en la escuela.

Sintetizando la discusión anterior, podemos decir que una persona alfabetizada estadísticamente debería ser capaz de leer e interpretar los datos; usar argumentos estadísticos para dar evidencias sobre la validez de alguna afirmación; pensar críticamente sobre las afirmaciones, las encuestas y los estudios estadísticos que aparecen en los medios de comunicación; leer e interpretar tablas, gráficos y medidas de resumen que aparecen en los medios; interpretar, evaluar críticamente y comunicar información estadística; comprender y utilizar el lenguaje y las herramientas básicas de la estadística; apreciar el valor de la estadística en la vida cotidiana, la vida cívica y la vida profesional en calidad de consumidor de datos, de modo de actuar como un ciudadano informado y crítico en la sociedad basada en la información.

Es también importante que se aprecie el papel de la estadística en el desarrollo científico, se comprenda el alcance de las conclusiones de las investigaciones científicas y se tenga una opinión informada sobre la legitimidad de los resultados reportados. Tal conocimiento empodera a las personas al darles herramientas para pensar por sí mismas y confrontar los resultados que entregan los expertos.

Para comprender los datos y transformarlos en información útil hay que formularse preguntas de interés que puedan responderse sobre la base de ellos. Además, hay que comprender que los datos están sujetos a variabilidad e incerteza, lo que dificulta la extracción de conclusiones a partir de ellos y la toma de decisiones (Garfield & Ben-Zvi, 2007). Si bien la estadística tiene una clara naturaleza interdisciplinaria, es habitual que aparezca en el currículo escolar en Matemática. En principio no hay inconveniente en que esto sea así, pero es importante incorporar profesores de otras disciplinas, por ejemplo de química, física, biología o ciencias sociales. Los profesores pueden apoyarse en conceptos y métodos estadísticos para presentar mejor sus propuestas educativas, lo cual se traduce en que los alumnos tengan una mayor apreciación y familiaridad con la estadística. Para una discusión más acabada refiérase el lector a Garfield (1995), Moore (1997), Scheaffer (1997) y Shaughnessy (1992).

### **Cómo enseñar estadística**

#### **La estadística en la escuela**

Un egresado de educación secundaria estadísticamente alfabetizado debe ser capaz de entender el alcance de las conclusiones de las investigaciones científicas y tener una opinión informada sobre la legitimidad de los resultados reportados. Estas habilidades son necesarias para sobrevivir en el mundo actual. La

alfabetización estadística es un proceso continuo que tiene como meta el desarrollo del pensamiento estadístico. Uno de los objetivos principales de la educación estadística es ayudar a los alumnos a desarrollar el pensamiento estadístico. Un análisis estructurado de las distintas facetas del pensamiento estadístico aparece en Garfield y Ben-Zvi (2007) y sobre sus procesos fundamentales en Wild y Pfannkuch (1999).

Cada vez hay un mayor acuerdo entre los especialistas en educación estadística sobre cómo enseñar estadística y, especialmente, sobre cómo no hacerlo, lo que representa una gran fortaleza, al existir una ruta clara sobre cómo proceder. Por ejemplo, un punto simple pero importante es distinguir tipos de variables —categorica, discreta y continua—, pues ello afectará el tipo de tabla o gráfico a elegir. Las discrepancias se limitan esencialmente a la profundidad con que se trate la probabilidad, lo que se relaciona con el énfasis en cuanto a su existencia autónoma o bien como una herramienta fundamental para la inferencia estadística.

El informe GAISE (Franklin et al., 2005) propone la variabilidad como el concepto guía fundamental, manifestado de diversas maneras. Por ejemplo, las mediciones repetidas en un mismo objeto pueden variar entre sí debido a la imprecisión del instrumento de medición. Por otra parte, es inherente a su naturaleza que haya diferencias entre distintas *unidades* (personas, semillas, células, piezas producidas por una planta, países, etc.). En el caso de las personas es normal que tengan diferentes alturas, aptitudes, habilidades, opiniones o respuestas emocionales. También es muy conocida la variabilidad muestral. Por ejemplo, en una encuesta política, la proporción de votantes que apoya un candidato se usa para estimar esta proporción sobre todos los votantes; sin embargo, si se extrae una segunda muestra, la proporción será probablemente distinta.

Al igual que en otras disciplinas, la enseñanza de la estadística debe ayudar a comprender la variabilidad y hacerlo a través de la resolución de problemas para que no se confunda con aplicaciones triviales de la matemática. Complementario a la variabilidad y asociado con ella está el concepto de *incertidumbre*, que vincula a la estadística con la probabilidad.

El pensamiento estadístico se desarrolla en etapas sin que se pueda saltar ninguna. Dada la complejidad de muchos conceptos, es imprescindible entonces iniciar la formación tempranamente, incluso desde el nivel de educación preescolar. Este es el caso también de la probabilidad.

### Enseñanza de la estadística y la resolución de problemas

Como ya se ha propuesto, el alumno es quien debe formular preguntas que se puedan responder si se cuenta con ciertos datos. De no tenerlos, hay que idear una estrategia para que sean obtenidos por los alumnos, para posteriormente organizar los datos de tal manera que ellos mismos sugieran conclusiones tentativas que a su vez se puedan formalizar y objetivar eligiendo un método estadístico apropiado.

Motivados por las ciencias experimentales, pero con una aplicabilidad más amplia, es posible visualizar la solución de un problema estadístico como un proceso de investigación que consta de cuatro componentes:

1. Plantear las preguntas de interés, asegurándose de que se pueda conseguir datos adecuados para responderlas. El alumno debe lograr proponer y distinguir preguntas estadísticas de las que no lo son, para lo cual debe comprender conceptos tales como variabilidad, no determinismo y comportamiento conjunto.
2. Recopilar los datos pertinentes, diseñando un plan para ello y poniéndolo en práctica. El alumno debe dominar algunos métodos para obtener datos mediante muestras o experimentos. Es importante que el alumno comprenda cómo el diseño de muestreo o el diseño experimental ayuda a diferenciar los efectos sistemáticos de aquellos atribuibles a la casualidad (variación debida al azar).
3. Analizar los datos, seleccionando los tipos de representación gráfica y numérica más apropiados para el análisis. El alumno debe ser capaz de comunicar la metodología usada y los resultados a terceros. Velleman y Hoaglin (1992) entregan información útil sobre el análisis de datos. Por otro lado, para analizar conjuntos de datos de tamaño realista, el uso de la tecnología (calculadoras, computadores) es fundamental (Garfield, Chance & Snell, 2000; Moore, 2001).

El análisis de los datos incluye el examen de las distribuciones de frecuencias y de ciertas medidas

de resumen (media, mediana, desviación estándar, percentiles, entre otras) que complementan estas distribuciones pero no las sustituyen. Dados los recursos informáticos, lo fundamental es la interpretación de estas medidas más que su fórmula o procedimiento de cálculo. Una forma más efectiva de resumir distribuciones de frecuencias es usar algunas representaciones, empezar por el diagrama de tallo y hojas para llegar al diagrama de puntos, el diagrama de caja o el dispersiograma.

4. Interpretar los resultados del análisis de los datos en términos de la pregunta original. Casos familiares para los alumnos y para los ciudadanos en general son los de las encuestas electorales y los sondeos de opinión, en los cuales se usan los conceptos estadísticos de margen de error y nivel de confianza. Estos conceptos se basan en la distribución de las estimaciones en repeticiones de un muestreo aleatorio; que los resultados de una encuesta varíen entre una muestra y otra es tanto lógico como fundamental, aunado generalmente olvidado.

### La enseñanza de la probabilidad en el contexto de la estadística

El azar tiene un papel importante en el ámbito científico, pero también lo encontramos, por ejemplo, en las predicciones meteorológicas, en los deportes y en los juegos de azar. El ciudadano se enfrenta diariamente con situaciones en que hay incerteza y debe tener una actitud crítica frente a las informaciones erróneas o interpretaciones sesgadas que aparecen en los medios de comunicación. La tendencia actual es relacionar la probabilidad con actividades de corte estadístico, vinculadas a la realización de experimentos o a la expresión numérica del grado de incertidumbre.

Los alumnos y los adultos tienen, desde la infancia, ideas informales y juicios previos sobre la probabilidad y el azar. El hecho de que muchas de estas ideas sean erróneas —lo que ha sido demostrado empíricamente— tiene un alto valor educativo, pues muestra las limitaciones de argumentos puramente deductivos. Para más detalles sobre la enseñanza de la probabilidad, refiérase el lector a Batanero y Díaz (2011), Brousseau (2009), Fischbein y Schnarch (1997) y Kahneman y Tversky (1972).

### Dificultades en el aprendizaje de los alumnos

Por su carácter conceptual más que operacional, la complejidad de muchos conceptos estadísticos y probabilísticos hace imperativo comenzar su enseñanza desde la educación preescolar. Pasar de los datos individuales a su comportamiento conjunto es sorprendentemente difícil para los alumnos, lo que se traduce en un obstáculo para comprender las tablas y gráficos. Aunque estos últimos son herramientas que facilitan la comprensión de la información contenida en las tablas, los alumnos suelen inicialmente verlos como meras ilustraciones.

Para enfrentar las dificultades mencionadas hay que reflexionar en profundidad sobre la naturaleza y el desarrollo del pensamiento estadístico, así como sobre qué significa entender y aprender los conceptos estadísticos. Generalmente se subestima la dificultad que tienen los alumnos para comprender conceptos básicos de probabilidad y estadística. Pueden ser complejos y contrarios a la intuición, lo que induce a los alumnos a cometer errores. Otra dificultad es que los alumnos, y también los profesores, equiparan la estadística con la matemática y esperan —por tradición escolar— que el foco esté en los números y cálculos, en una respuesta “correcta”. Sin embargo, el foco en estadística es muy distinto y hace uso intensivo de la escritura y de las habilidades de comunicación.

## Relaciones entre estadística y matemática

### Puntos en común

Tal como se mencionó, una visión parcial de la estadística es la aplicación científica de principios *matemáticos* en la recolección, análisis y presentación de datos sujetos a variabilidad. Relacionado con esto está el hecho de que un modelo estadístico se puede formalizar como un caso particular de modelo matemático. La probabilidad —que forma parte de la matemática— permite conceptualizar la variabilidad y la incerteza como un subproducto de la acción de mecanismos aleatorios. Se emplea directamente en la

modelación de la variabilidad muestral y es la base para desarrollar la inferencia estadística. Estos puntos en común motivan la inserción de la estadística dentro del currículo matemático escolar.

### Diferencias

En palabras de Cobb y Moore (1997), “la estadística requiere una manera diferente de pensar, porque los datos no son números, se trata de *números con un contexto*. [...] En la Matemática el contexto oscurece la estructura. [...] En el análisis de datos, el contexto le da sentido”. (pp. 801-803).

El enfoque sobre la variabilidad natural da a la Estadística un contenido particular que la diferencia de la matemática misma y de otras ciencias matemáticas. La dificultad no es de índole matemática sino conceptual. Algunas características distintivas de los modelos estadísticos frente a los modelos matemáticos son:

- La manera en que se obtienen los datos es de máxima importancia en inferencia estadística, mientras que esto es irrelevante desde el punto de vista matemático.
- La incerteza, la variabilidad y los errores de medición son usualmente ignorados en los modelos matemáticos.
- Hay aspectos importantes tales como detectar mentiras involuntarias o no en los medios de comunicación, como los gráficos estadísticos engañosos, que son importantes en la alfabetización estadística, pero que son de carácter psicológico más que matemático.

### Aplicaciones de la estadística en la enseñanza de la matemática

Los conceptos y herramientas estadísticas básicas, tales como los promedios y las frecuencias relativas, pueden ser utilizados para motivar conceptos y procedimientos matemáticos. Por su propia esencia, la estadística proporciona un contexto para dar sentido a los números, gráficos y operaciones. Ejemplos de esto son las fracciones, los porcentajes, el ordenamiento, la recta real, las líneas rectas y los gráficos cartesianos. Por otra parte, la selección de muestras al azar establece un vínculo directo entre estadística y probabilidad, proporcionando una excelente motivación para el desarrollo de resultados combinatorios.

Desarrollemos algo más estas ideas. Las tablas de frecuencia o sus representaciones gráficas, así como el diagrama de puntos, descartan toda información sobre el orden en que aparecieron los datos, es decir, son invariantes bajo permutaciones. Una manera de reflejar esta invarianza es ordenar las observaciones de menor a mayor, a partir de lo cual es fácil llegar a los percentiles. Vale la pena destacar además que todas las medidas de tendencia central o de dispersión son invariantes bajo permutaciones y, por tanto, están determinadas por la distribución de frecuencias.

Se puede también discutir el comportamiento de las medidas de tendencia central bajo transformaciones de localización y escala. Las primeras son equivariantes (se transforman de igual manera que los datos), mientras que las medidas de dispersión son invariantes bajo traslaciones y equivariantes bajo cambios de escala. De esta forma, el comportamiento de estas medidas ilustra conceptos matemáticos de una manera concreta.

### Investigación en educación estadística

La investigación en educación estadística en el nivel escolar trata principalmente las definiciones y las distinciones que aparecen en el desarrollo de la alfabetización estadística y en la comprensión de cómo razona la gente usando ideas estadísticas para darle sentido a la información estadística. El campo de la investigación en educación estadística está en sus albores y, por lo tanto, debe ser visto como una disciplina nueva y emergente. Existen congresos y revistas especializadas sobre el tema:

- International Conference on Teaching Statistics (IASE), desde 1982.
- Journal of Statistics Education (ASA), desde 1993.
- Statistics Education Research Journal (IASE), desde 2002.

Las revistas *Chance* (ASA-Springer) y *Significance* (ASA-Wiley) son útiles fuentes para motivar a los alumnos.

La conferencia conjunta IASE-ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) reúne las comunidades de educadores en estadística y en matemática para analizar la enseñanza de la estadística en la escuela y hacer recomendaciones acerca de cómo capacitar a los profesores de matemáticas para tener más éxito en alfabetizar estadísticamente a los alumnos. Los ICOTS (“Conferencia Internacional de la Enseñanza de la Estadística”), originados en 1982, congregan una diversidad de temas en torno a la estadística. Además, es posible encontrar grupos de investigación en educación estadística en diversos congresos internacionales como ICME, PME, MERGA, CIBEM, CIAEM, entre otros.

### Preparación de los profesores

La estadística también es una disciplina relativamente nueva para muchos profesores que, por lo general, no han tenido una formación adecuada en este tema en el marco de sus estudios universitarios iniciales o de una formación continua, como tampoco han contado con cursos de didáctica de la estadística. Algunos estudios muestran que los profesores tienen nociones muy limitadas, y a menudo erróneas, de ideas básicas como muestreo y probabilidad.

Un informe conjunto IASE-ICMI sugiere asegurarse de que los futuros profesores tengan un curso obligatorio de estadística, con énfasis en la comprensión conceptual, la exploración de datos y el uso de tecnología apropiada. Es fundamental que posean al menos un conocimiento sólido de los principios y conceptos que subyacen a las prácticas del análisis de datos que en la actualidad son llamados a enseñar. Para ejemplos de programas de capacitación ver Batanero, Godino y Roa (2004), Garfield y Everson (2009) y Kvatinsky y Even (2002).

Además de un conocimiento profundo del contenido por parte del profesor, en el sentido de Ma (1999), es relevante la manera en que estos conocimientos se transmiten al alumno. La formación de los profesores debe concentrarse tanto en las áreas del conocimiento estadístico como en la didáctica de la estadística, como indica Ortiz, Serrano y Mohamed (2009):

Por un lado, hemos de preparar [a los profesores] adecuadamente tanto en el conocimiento específico de estadística y probabilidad como en el conocimiento pedagógico del mismo, ya que como hemos observado en nuestra investigación, los resultados obtenidos y las estrategias utilizadas por los futuros profesores de educación primaria en varios problemas son muy similares a los niños [...], siendo por tanto alarmante que los futuros profesores cometan los mismos errores que los alumnos a los que han de formar (p. 112).

Ortiz y colaboradores (2009) sugieren presentar a los futuros profesores “una muestra de situaciones experimentales y contextualizadas, que sean representativas del significado global de la probabilidad” (p. 112); en esta misma línea, Batanero et al. (2004) sostienen que es necesario preparar a los profesores en las componentes didácticas básicas, mostrándoles situaciones de uso en el aula, metodologías y aspectos cognitivos en juego.

Un profesor eficiente debe estar capacitado para generar y permitir espacios de trabajo en los cuales sean los alumnos quienes obtengan conclusiones y evalúen nuevas conjeturas e investigaciones. Debe, además, crear espacios interdisciplinarios, tanto en la interacción con otros colegas como en la investigación. A través de la experimentación y la simulación, el profesor debe promover en sus alumnos la formulación de hipótesis, la comprobación de conjeturas y la modificación de sus supuestos o elecciones a la luz de nueva información.

El profesor debe ser capaz de desafiar a los alumnos para que usen las diferentes formas de representar datos para comunicar y generar comprensión. En una investigación realizada por Borim y Coutinho (como se citó en Batanero, Burrill y Reading, 2011), los profesores mostraron, por ejemplo, no entender los conceptos de *dispersión*, limitándose a comparar grupos en términos de medidas de tendencia central, entre otras dificultades. Además, el uso de herramientas informáticas de creación de gráficos no contribuyen a mejorar los problemas de los estudiantes: Ben-Zvi y Friedlander (1997) encuentran que los estudiantes construyen gráficos rutinariamente aceptando las opciones por defecto, aunque no sean adecuadas. En

ocasiones, la facilidad de utilización del software estadístico induce en algunos casos a producir gráficos sin sentido y, por lo tanto, la comprensión y el sentido gráfico no tienen espacio para desarrollarse.

Godino, Batanero, Roa y Wilhelmi (2008) y Estrella y Olfos (2010) sugieren un cambio metodológico en la formación de los profesores que potencie el trabajo basado en proyectos, la resolución de problemas, la experimentación con fenómenos reales y la utilización de la simulación para que, además de favorecer la comprensión, proporcionen modelos de la forma en que ellos trabajarán en clases con sus alumnos.

De acuerdo con Batanero y Díaz (2011), los profesores deben poder analizar libros de texto y documentos curriculares con capacidad crítica. Asimismo, deben ser capaces de predecir las dificultades de aprendizaje de los alumnos, los errores, obstáculos y estrategias en la resolución de problemas, y desarrollar y analizar pruebas e instrumentos de evaluación, interpretando las respuestas dadas por sus alumnos. Por último, las autoras enfatizan la necesidad de experimentar con buenos ejemplos de situaciones de enseñanza, con problemas interesantes y desafiantes, y de apoyarse en herramientas didácticas y materiales adecuados.

La investigación sobre el conocimiento del profesor reconoce que el conocimiento del contenido necesario para la enseñanza de gran calidad es el conocimiento específico de la profesión que se adquiere en la formación de nivel universitario y que puede cultivarse mediante la práctica reflexiva. Las experiencias en didáctica de la estadística como aquellas relacionadas con el estudio de clases japonés concuerdan en que, teniendo una sólida base conceptual de nivel escolar, la reflexión sistemática del profesor de la propia experiencia en la sala de clases, tanto individual como grupal, incide positivamente en la calidad de la enseñanza (Isoda, Arcavi y Mena, 2007; Isoda y Olfos, 2009).

Asimismo, los profesores deben contar con un marco curricular adecuado que proporcione un cuadro coherente, articulado y global del currículo que les permita realizar a cabalidad su tarea en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Este currículo debiera evitar el usual enfoque demasiado computacional o procedimental con que los profesores de matemáticas suelen abordar la probabilidad y la estadística.

### Experiencia de algunos países

#### Estados Unidos

El informe GAISE (Franklin et al., 2005) afirma que en Estados Unidos, durante los últimos veinticinco años, la estadística, usualmente bajo el nombre de *datos y azar*, se ha convertido en una componente clave del plan de estudios de matemática K-12. Este informe cita los documentos *Curriculum and evaluation standards for school mathematics* (NCTM, 1989) y *Principles and standards for school mathematics* (NCTM, 2000). En 2006, el College Board publicó el *College board standards for college success: mathematics and statistics*, que incluye “datos y variación” y “azar, equilibrio y riesgo” entre su lista de ocho áreas temáticas que son “fundamentales para los conocimientos y habilidades desarrollados en la escuela secundaria”.

#### Nueva Zelandia

Este país es reconocido como líder mundial en la inclusión de la estadística en el currículo escolar, especialmente en educación primaria. La estadística se ha incluido desde 1969 como parte obligatoria del currículo de matemática de la escuela en algunos niveles, y desde hace dos decenios, la estadística se incluye en todos los niveles escolares K-12. El plan de estudios más reciente de Nueva Zelandia, publicado en 2006, se denomina *Matemática y estadística*, e incluye tres capítulos: “Números y álgebra”, “Medida y geometría”, y “Estadística”.

Por otra parte, el eje de estadística posee un fuerte énfasis en el pensamiento estadístico y en las investigaciones estadísticas, al requerir que los alumnos de todos los niveles participen en una investigación. La referencia explícita al pensamiento estadístico implica un reconocimiento implícito de la importancia de la investigación contemporánea desde el campo de la educación estadística (Burgess, como se citó en Estrella, 2010).



### Taiwán y Corea

El reporte MT21 estudia la preparación de los profesores de matemática de enseñanza básica en seis países y pone de relieve los casos de Taiwán y Corea. Estos países tienen un currículo coherente, pertinente y riguroso, donde los profesores han sido entrenados con amplias oportunidades educacionales en estadística y en los aspectos prácticos de esta enseñanza.

### Italia

La probabilidad y la estadística han sido incluidas desde 1979 en el currículo de matemática de escuelas secundarias, y desde 1985 en el de las escuelas primarias (Ottaviani, 1995).

### España

Desde el año 2006 se inserta la estadística desde el primer ciclo de enseñanza (niños de 6 y 7 años) de acuerdo con el Decreto MEC.

### Inglaterra

El plan de estudios de matemática para los niveles 1 a 4 comprende el procesamiento, representación e interpretación de datos con o sin uso de las tecnologías de la información y la comunicación, así como la exploración de la incerteza y el desarrollo de una comprensión de la probabilidad (National Curriculum, 1999).

### Singapur

Este país incluye estadística y probabilidad como uno de sus principales y nuevos componentes en todos los niveles, con énfasis en la reducción de la mecanización y en la matemática aplicada. Esta inclusión comprende desde el primer nivel de primaria hasta la secundaria, y a partir del nivel 5 se permite la calculadora (Ministry of Education Singapore, 2007).

## Estadística y probabilidad en el currículo chileno

En Chile, a fines de la década de los noventa se realizó un cambio curricular que permitió contar con un marco curricular para la educación básica desde 1996 y para la educación media desde 1998. La asignatura de Matemática se organizó en torno a tres ejes: álgebra y funciones, geometría, y estadística y probabilidad. La existencia de este último eje fue una innovación curricular en ese tiempo al incluir Estadística y Probabilidad. Posteriormente, en el año 2002 se efectuó una actualización del currículo, aunque se incorporó la estadística solo en seis niveles de escolaridad: del nivel 6 al nivel 8 de educación básica como Tratamiento de la Información, y del nivel 10 al nivel 12 de enseñanza media como Estadística y Probabilidad.

En el año 2009 se propuso un ajuste curricular, que incluyó en Matemática una interesante y ambiciosa inserción de la estadística descriptiva, la estadística inferencial y la probabilidad a través del eje denominado “datos y azar” durante toda la trayectoria escolar, desde el nivel 1 de educación básica hasta el nivel 12 de enseñanza media (para una síntesis de contenidos y objetivos del eje, refiérase a Estrella, 2008, 2010). Ese mismo año el Ministerio de Educación publicó el *Mapa de progreso del aprendizaje* referido a *datos y azar* en concordancia con la propuesta de ajuste curricular, el cual depende del currículo y está diseñado con el fin de que los docentes tengan la posibilidad de analizar y monitorear el logro de los aprendizajes de sus alumnos y atender a la diversidad al interior del curso (Mineduc, 2009a, 2009b).

En el presente año, y como instrumento principal del proceso de reforma del currículo nacional, aparecen las nuevas *Bases curriculares* chilenas (Mineduc, 2012) para los niveles del 1 al 6, las que establecen el eje denominado “datos y probabilidades”. Este eje se enfoca en la estadística descriptiva y responde a la necesidad de que todos los estudiantes registren, clasifiquen y lean información dispuesta en tablas y gráficos, y que se inicien en temas relacionados con las probabilidades.

---

## Discusión

En este artículo hemos adoptado el punto de vista, respaldado internacionalmente, de que la razón de ser de la enseñanza de la estadística a nivel escolar es la alfabetización estadística, necesaria para que en el futuro los alumnos puedan ser ciudadanos que argumenten con un pensamiento crítico y tomen decisiones en la sociedad de la información.

Hay un amplio acuerdo entre los especialistas en educación estadística sobre cómo enseñarla y especialmente sobre cómo no hacerlo, lo que representa una gran fortaleza, al existir una ruta sobre cómo proceder. Principalmente, se espera que el profesor dirija su enseñanza hacia un aprendizaje exploratorio, con tareas centradas en el conocimiento estadístico a desarrollar y provocando un alto nivel de comunicación de las ideas al interior del aula para favorecer la comprensión conceptual. Afirmamos que en la enseñanza de esta disciplina los alumnos deben participar muy activamente, partiendo por formular preguntas, continuando con la obtención de los datos, su análisis y, finalmente, las conclusiones expresadas en términos de la pregunta inicial.

La estadística tiene ciertos puntos en común con la matemática, aunque a nivel escolar, el uso de esta última se reduce a aspectos más elementales. Sin embargo, hay diferencias sustanciales entre ambas disciplinas. Una de ellas es que el contexto en que se presentan los datos es de máxima importancia, y es el enfoque sobre la variabilidad que da a la estadística un sello distintivo. Aunque sea menos obvio, la estadística puede servir de vehículo para apoyar la comprensión de ciertos conceptos matemáticos. Otro aspecto es que las actividades estadísticas tienen una orientación interdisciplinaria, y, de esta forma, pese a que típicamente la estadística aparece en el currículo de Matemática, es importante incorporar a profesores de las demás disciplinas en su enseñanza.

La didáctica de la estadística plantea problemas muy distintos a los de la didáctica de la matemática. La didáctica de la estadística moviliza una parte importante de los conceptos desarrollados en el campo de la didáctica de la matemática; sin embargo, es en la funcionalidad que la estadística y la matemática como herramientas de disciplina se diferencian. Así, la matemática garantiza la coherencia interna en los modelos, mientras que la estadística juzga la adecuación de los modelos a la realidad, garantizando la coherencia externa. Por ser un área emergente, es necesario investigar para construir y resolver las problemáticas relativas a la enseñanza y el aprendizaje de la estadística, y contribuir en el campo de la didáctica de la estadística.

Finalmente, la preparación académica de los profesores es débil, y solucionar este problema es un enorme desafío, tanto para la formación inicial como para la formación continua. Es imperativo que los futuros profesores tengan un curso obligatorio de estadística de carácter conceptual, así como de su didáctica específica, pues un profesor debe saber el contenido estadístico que enseña y tener el conocimiento acerca de cómo enseñar ese contenido. Asimismo, es necesario para las entidades formadoras contar con estándares del área para la formación de profesores. En cuanto a los actuales profesores, una posibilidad es generar cursos a distancia para hacer frente a la magnitud de la tarea, como también promover la creación de comunidades profesionales de aprendizaje al interior de las escuelas, tanto en el contexto de formación continua como inicial, de modo de reconocer y empoderar a los profesores en su tarea de enseñar.

El artículo original se recibió el 31 de enero de 2012  
El artículo revisado se recibió el 25 de marzo de 2012  
El artículo fue aceptado el 5 de abril de 2012

## Referencias

- Araneda, A., Del Pino, G., Estrella, S., Icaza, G. y San Martín, E. (2011). *Recomendaciones para el currículo escolar del eje Datos y Probabilidad*. Recuperado de: <http://www.soche.cl/archivos/Recomendaciones.pdf>
- Araújo, C. (2011). *Una propuesta de caracterización completa y única sobre la Estadística*. Recuperado de <http://www.mat.puc.cl/archivos/File/SOBRE.DOCENCIA/A03.pdf>
- Batanero, C., Burrill, G., & Reading, C. (Eds.) (2011). *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE study*. Springer.
- Batanero, C., Godino, J. D., & Roa, R. (2004). Training teacher to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12(1).
- Batanero, C., & Díaz, C. (2012). Training school teachers to teach probability: reflections and challenges. *Chilean Journal of Statistics*, 3(1), 3-13. Recuperado de <http://chjs.deuv.cl/Vol3N1/ChJS-03-01-01.pdf>
- Ben-Zvi, D., & Friedlander, A. (1997). Statistical thinking in a technological environment. En J. Garfield y G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (pp. 54-64). Voorburg: International Statistical Institute.
- Brousseau, G. (2009). Alternatives en didactique de la statistique. *Journées de Statistique*, 1-9. Recuperado de <http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/38/66/26/PDF/p71.pdf>
- Cobb, G., & Moore, D. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *American Mathematical Monthly*, 104(9), 801-823.
- College Board (2006). *College board standards for college success: Mathematics and statistics*. Recuperado de [http://www.collegeboard.com/prod\\_downloads/about/association/academic/mathematics-statistics\\_cbscs.pdf](http://www.collegeboard.com/prod_downloads/about/association/academic/mathematics-statistics_cbscs.pdf)
- Estrella, S. (2008). Medidas de tendencia central en la enseñanza básica en Chile: análisis de un texto de séptimo año. *Revista Chilena de Educación Matemática (RECHIEM)*, 4(1), 20-32.
- Estrella, S. (2010). *Instrumento para la evaluación del Conocimiento Pedagógico del Contenido de Estadística en profesores de Educación Básica* (Tesis de magíster inédita) Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile.
- Estrella, S., & Olfos, R. (2010). *Changing the understanding of probability in talented children*. Trabajo presentado en la International Conference on Teaching Statistics. Conference Proceedings (ICOTS 8), Liubliana, Eslovenia. Resumen recuperado de [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8\\_C256\\_ESTRELLA.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8_C256_ESTRELLA.pdf)
- Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The Evolution with Age of Probabilistic Intuitively Based Misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 96-105.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D. S., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2005). *A Curriculum Framework for K-12 Statistics Education. GAISE Report*. American Statistical Association. Recuperado de [http://www.amstat.org/education/gaise/GAISEPreK-12\\_Full.pdf](http://www.amstat.org/education/gaise/GAISEPreK-12_Full.pdf)
- Garfield, J. (1995). How students learn statistics. *International Statistical Review*, 63(1), 25-34.
- Garfield, J., Chance, B., & Snell, J. L. (2000). The Teaching and Learning of Mathematics at University Level: An ICMI Study. In D. Holton (Ed.), *Technology in College Statistics Courses* (pp. 357-370). Netherland: Kluwer Academic Publishers.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2007). How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics. *International Statistical Review*, 75(3), 372-396.
- Garfield, J., & Everson, M. (2009). Preparing teachers of statistics: a graduate course for future teachers. *Journal of Statistics Education*. 17(2), 1-16.
- Godino, J. D., Batanero, C., Roa, R., & Wilhelmi, M. (2008). Assessing and developing pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers through project work. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey. Resumen recuperado de [http://www.ugr.es/~icmi/iase\\_study](http://www.ugr.es/~icmi/iase_study)
- Huff, D. (1954). *How to Lie with Statistics*. New York: W. W. Norton.
- Isoda, M., Arcavi, A. y Mena, A. (2007). *El Estudio de Clases Japonés*. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Isoda, M. y Olfos, R. (2009). *El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del Estudio de Clases*. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.

- Kahneman, D., & Tversky, A. (1972). Subjective probability: a judgment of representativeness. *Cognitive Psychology*, 3, 430-454.
- Kvatinsky, T., & Even, R. (2002). Framework for teacher knowledge and understanding of probability [CD-ROM]. Hawthorn, VIC, Australia: International Statistical Institute.
- Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics. Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Mathematic Teaching in the 21st Century (2007). *The preparation gap: teacher education for middle school mathematics in six countries*. Recuperado de <http://usteds.msu.edu/MT21Report.pdf>
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España (MEC) (2006). *Real decreto por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la educación primaria*. Recuperado de: <http://www.mec.es/files/rd-primaria-y-anexos.pdf>
- Ministerio de Educación de Chile (2009a). *Mapas de progreso del aprendizaje. Sector matemática. Mapa de progreso de datos y azar*. Santiago: Ministerio de Educación.
- Ministerio de Educación de Chile (2009b). *Propuesta ajuste curricular. Objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios. Matemática*. Santiago: Ministerio de Educación.
- Ministerio de Educación de Chile (2012). *Bases curriculares 2012. Matemática, educación básica*. Santiago: Ministerio de Educación.
- Ministry of Education Singapore (2006). *Mathematics Syllabus Primary*. Recuperado de <http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences/files/maths-primary-2007.pdf>
- Moore, D. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International Statistical Review*, 65(2), 123-165.
- Moore, T. J. (Ed.) (2001). *Teaching statistics: resources for undergraduate instructors*. Washington, DC: The Mathematical Association of America and the American Statistical Association.
- National Assessment Governing Board (2004). *Mathematics framework for 2005. National assessment of educational progress*. Recuperado de [www.amstat.org/education/gaise/4](http://www.amstat.org/education/gaise/4)
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: The Council.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The Council.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2004). *Navigating through data analysis and probability*. Reston, VA: The Council.
- National Curriculum (1999). *The national curriculum for England, mathematics*. Recuperado de [http://www.see-educoop.net/education\\_in/pdf/math\\_national\\_curric\\_england-oth-enl-t06.pdf](http://www.see-educoop.net/education_in/pdf/math_national_curric_england-oth-enl-t06.pdf)
- Ortiz, J., Serrano, L. y Mohamed, N. (2009). Competencias de los futuros profesores de primaria sobre la probabilidad. En L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica* (pp. 95-116). España: Universidad de Granada.
- Ottaviani, M. (1995). *Induzioni: the Italian journal on teaching statistics*. Trabajo presentado en la International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 5), Singapur.
- Scheaffer, R. L. (1997). Discussion. *International Statistical Review*, 65, 156-158.
- Shaughnessy, M. (1992). Research in probability and statistics: reflections and directions. En A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 465-494). New York: Macmillan.
- Velleman, P. F., & Hoaglin, D. C. (1992). Data analysis. Perspectives on Contemporary Statistics. En D. Hoaglin & D. Moore (Eds.), *MAA Notes*, 21 (pp. 19-39). Washington, D.C.: Mathematical Association of America.
- Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.